PENERAPAN METODE BOOTSTRAP PADA UJI KOMPARATIF NON PARAMETRIK LEBIH DARI 2 SAMPEL

Studi Kasus: Inflasi di Kota Purwokerto, Surakarta, Semarang, dan Tegal Tahun 2003-2012

Yudi Agustius[1], Adi Setiawan[2], Bambang Susanto[3]
[1] Mahasiswa Program Studi Matematika [2), 3] Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

e-mail: [1] augustyud@gmail.com, [2] adi_setia_03@yahoo.com, [3] bsusanto5@gmail.com

ABSTRAK

Metode *bootstrap* merupakan metode *resample* data dari data asli dengan pengembalian untuk mendapatkan replika data baru dengan banyak pengulangan yang terjadi. Makalah ini menjelaskan tentang penerapan metode *bootstrap* dalam menguji perbedaan pada lebih dari 2 sampel menggunakan uji Kruskal-Wallis dan uji Friedman. Pada uji Kruskal-Wallis didapatkan hasil bahwa antara kota Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal tidak terdapat perbedaan signifikan untuk rata-rata inflasi bulanan, sedangkan untuk rata-rata inflasi bulanan jika dihitung 1 tahun ke belakang (*YoY*) tiap tahunnya antara keempat kota tersebut didapatkan hasil sebaliknya. Sedangkan pada uji Friedman didapatkan hasil untuk periode setiap 2 tahun terdapat perbedaan yang signifikan untuk rata-rata inflasi pada kota Semarang dan Tegal tetapi untuk kota Purwokerto dan Surakarta tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi, sedangkan untuk setiap tahunnya tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi pada keempat kota dan untuk *YoY* periode setiap 3 tahun dan setiap tahunnya terdapat perbedaan rata-rata inflasi pada keempat kota. Pada studi simulasi juga didapatkan hasil seperti yang diharapkan bahwa semakin besar perbedaan nilai pada sampel-sampel yang diuji maka cenderung semakin terdapat perbedaan antara sampel-sampel tersebut dan sebaliknya.

Kata-kata kunci: Uji Kruskal-Wallis, Uji Friedman, Metode Bootstrap, Inflasi

PENDAHULUAN

Inflasi dapat diartikan sebagai kenaikan harga satu atau dua barang yang mengakibatkan harga barang lain naik. BPS Provinsi Jawa Tengah menyatakan bahwa inflasi pada kota Purwokerto, Surakarta, Semarang dan Tegal per tahun 2012 mengalami kenaikan dari tahun ke tahun khususnya pada beberapa komoditas seperti beras, daging, ayam, telur ayam, bawang merah, dan lain sebagainya. Inflasi dapat dirumuskan sebagai berikut (Web 1):

$$Inflasi = \frac{IHK_n - IHK_0}{IHK_0} x100$$

$$IHK = \frac{P_n}{P_0}$$

dengan:

P_n : harga periode sekarang,
P_0 : harga periode sebelum,
IHK_n : Indeks Harga Konsumen periode sekarang,
IHK_0 : Indeks Harga Konsumen periode sebelum.

Menurut Cotofrei, ide dari metode *bootstrap* adalah *resample* data dari data asli dengan pengembalian untuk mendapatkan replika data baru dengan banyak pengulangan yang terjadi. Dikarenakan banyaknya pengulangan ini, metode *bootstrap* juga kadang disebut sebagai metode *computer-intensive*. Dimulai dari tahun 1979, penerapan metode *bootstrap* mengalami banyak kemajuan dari tahun ke tahun. Salah satu penerapan metode *bootstrap* adalah untuk menguji hipotesis non parametrik.

Makalah ini akan menjelaskan tentang penerapan metode *bootstrap* dalam menguji perbedaan (komparatif) antara sampel-sampel pada kasus inflasi bulanan di kota Purwokerto, Surakarta, Semarang, dan Tegal tahun 2003-2012. Penjelasan tentang penerapan metode *bootstrap* dalam menguji perbedaan antara 2 sampel dapat dilihat pada makalah Agustius, dkk (2013). Dalam makalah ini, akan dijelaskan tentang penerapan metode *bootstrap* dalam menguji perbedaan pada lebih dari dua sampel menggunakan uji Kruskal-Wallis bila datanya independen dan uji Friedman bila datanya saling berhubungan.

DASAR TEORI

Dalam bagian ini, akan dijelaskan tentang uji Kruskal-Wallis dan uji Friedman serta bagaimana metode *bootstrap* digunakan dalam pengujian tersebut.

A. Uji Kruskal-Wallis merupakan alat uji statistik yang digunakan untuk menguji hipotesis komparatif (uji beda) bila datanya berskala ordinal (*ranking*) pada lebih dari dua sampel independen (Martono, 2010, hal.188-191).

Langkah-langkah untuk uji Kruskal-Wallis adalah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis (H_0 dan H_1),
2. Menentukan taraf signifikansi α,
3. Menghitung nilai H_{Hitung} dengan rumus:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1) \quad (1)$$

dengan:
N : ukuran sampel total,
k : banyaknya kelompok,
n_i : ukuran sampel dalam kelompok ke-i,
R_i : jumlah *ranking* dalam kelompok ke-i,

4. Mengambil kesimpulan, jika $H_{\text{Hitung}} < X^2_{k-1;\alpha}$ maka H_0 diterima dan jika sebaliknya maka H_0 ditolak. $X^2_{k-1;\alpha}$ merupakan nilai X^2_{Tabel} dengan taraf signifikansi α dan dk = k-1.

Untuk memberikan gambaran hal di atas diberikan contoh berikut ini. Misalkan terdapat penelitian mengenai perbandingan kualitas modal sosial siswa SMA jurusan IPA, IPS, dan Bahasa dengan hasil yang dapat dilihat pada tabel berikut:

IPA	IPS	Bahasa
16	15	13
15	15	14
12	16	15
12	17	17
14	14	12
	12	12
		16

Dengan hipotesis nol H_0: tidak terdapat perbedaan rata-rata kualitas modal sosial antara siswa IPA, IPS, dan Bahasa serta hipotesis alternatif H_1: terdapat perbedaan rata-rata kualitas modal sosial antara siswa IPA, IPS, dan Bahasa. Jika digunakan taraf signifikansi α = 5%, maka untuk pengujian hipotesis digunakan uji Kruskal-Wallis dengan hasil yang disusun pada Tabel A.

Tabel A. Tabel penolong H_{Hitung}.

IPA	*Rank*	IPS	*Rank*	Bahasa	*Rank*
16	15	15	11.5	13	6
15	11.5	15	11.5	14	8
12	3	16	15	15	11.5
12	3	17	17.5	17	17.5
14	8	14	8	12	3
		12	3	12	3
				16	15
R_1 = 40.5		R_2 = 66.5		R_3 = 64	

Dengan mensubstitusikan ke rumus (1), didapat:

$$H = \frac{12}{18(18+1)}\left(\frac{40.5^2}{5} + \frac{66.5^2}{6} + \frac{64^2}{7}\right) - 3(18+1)$$

$$H = 0.903.$$

Jadi nilai H_{Hitung} = 0.903. Nilai ini akan dibandingkan dengan nilai X^2 pada tabel (Martono, 2010, hal.288) dengan dengan α = 5% dan dk = 2, didapatkan nilai $X^2_{2;0.05}$ = 5.991, sehingga $H_{\text{Hitung}} < X^2_{k-1;\alpha}$, maka dapat disimpulkan H_0 diterima atau dengan kata lain tidak terdapat perbedaan signifikan untuk rata-rata kualitas modal sosial antara siswa IPA, IPS, dan Bahasa.

B. Uji Friedman merupakan alat uji statistik yang digunakan untuk menguji hipotesis komparatif bila datanya berskala ordinal pada lebih dari dua sampel berhubungan (*related*) (Martono, 2010, hal.181-184).

Langkah-langkah untuk uji Friedman adalah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis (H_0 dan H_1),
2. Menentukan taraf signifikansi α,
3. Menghitung nilai X^2_{Hitung} dengan rumus:

$$X^2 = \frac{12}{Nk(N+1)} \sum_{i=1}^{k} R_i^2 - 3N(k+1) \quad (2)$$

dengan:
N : ukuran sampel total,
R_i : jumlah *ranking* dalam kelompok ke-i,

4. Mengambil kesimpulan, jika $X^2_{\text{Hitung}} < X^2_{k-1;\alpha}$ maka H_0 diterima dan jika sebaliknya maka H_0 ditolak.

Untuk memberikan gambaran hal di atas diberikan contoh berikut ini. Misalkan terdapat penelitian evaluasi yang dilaksanakan selama 3 hari dengan hasil yang dapat dilihat pada tabel berikut:

No	Hari ke-1	Hari ke-2	Hari ke-3
1	7	8	7
2	8	9	7
3	8	7	9
4	9	10	8
5	7	10	8
6	10	9	10

Dengan hipotesis nol H_0: tidak terdapat perbedaan hasil evaluasi selama tiga hari serta hipotesis alternatif H_1: terdapat perbedaan hasil evaluasi selama tiga hari. Jika digunakan taraf signifikansi α = 5%, maka untuk pengujian hipotesis digunakan uji Friedman dengan hasil yang disusun pada Tabel B.

Tabel B. Tabel penolong X^2_{Hitung}.

No	Hari ke-1		Hari ke-2		Hari ke-3	
	Nilai	*Rank*	Nilai	*Rank*	Nilai	*Rank*
1	7	1.5	8	3	7	1.5
2	8	2	9	3	7	1
3	8	2	7	1	9	3
4	9	2	10	3	8	1
5	7	1	10	3	8	2
6	10	2.5	9	1	10	2.5
	R_1 = 11		R_2 = 14		R_3 = 11	

Catatan: ***Ranking*** untuk uji Friedman dilakukan ke samping. Contoh untuk responden no.1, memperoleh nilai 7, 8, dan 7, maka untuk *rank* nilai 7 adalah 1.5 dan nilai 8 adalah 3, begitu juga untuk selanjutnya.

Dengan mensubstitusikan ke rumus (2), didapat:

$$X^2 = \frac{12}{6 * 3(3+1)}(11^2 + 14^2 + 11^2) - 3 * 6(3+1)$$

$$X^2 = 1.$$

Jadi nilai $X^2_{\text{Hitung}} = 1$. Nilai ini akan dibandingkan dengan nilai X^2 pada tabel (Martono, 2010, hal.288) dengan dengan taraf signifikansi α = 5% dan *dk* = 2, didapatkan nilai $X^2_{2;0.05} = 5.991$, sehingga $X^2_{\text{Hitung}} < X^2_{k-1;\alpha}$, maka dapat disimpulkan H_0 diterima atau dengan kata lain tidak terdapat perbedaan signifikan hasil evaluasi selama tiga hari.

Keputusan di atas akan diterapkan dengan menggunakan metode *bootstrap*. Dalam metode *bootstrap*, akan dihitung nilai-*p* berdasarkan uji Kruskal-Wallis *H* dan uji Friedman X^2 dengan taraf signifikansi α yang biasa digunakan.

C. Metode *Bootstrap* merupakan suatu metode *resample* atau pengambilan sampel-sampel baru secara acak dengan pengembalian berdasarkan sampel asli sebanyak *B* kali.

Langkah-langkah penerapan metode *bootstrap* untuk kedua uji di atas adalah sebagai berikut:

1. Misalkan memiliki k kelompok sampel $X_1 = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $X_2 = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, ..., $X_k = (z_1, z_2, \dots, z_p)$,
2. Sampel $X_1, X_2, \dots, X_k$ digabungkan menjadi $C = (a_1, a_2, \dots, a_n,\ b_1, b_2, \dots, b_m, \dots, z_1,\ z_2, \dots, z_p)$,
3. Berdasarkan sampel gabungan *C*, akan diambil dengan pengembalian *resample* ke satu, *resample* ke dua, dan seterusnya sebanyak *B* kali sebagai berikut:
   Resample ke satu : $C_1^* = (a_{11}^*, a_{12}^*, \dots, a_{1n}^*,\ b_{11}^*, b_{12}^*, \dots, b_{1m}^*, \dots, z_{11}^*, z_{12}^*, \dots, z_{1p}^*)$,
   Resample ke dua : $C_2^* = (a_{21}^*, a_{22}^*, \dots, a_{2n}^*,\ b_{21}^*, b_{22}^*, \dots, b_{2m}^*, \dots, z_{21}^*, z_{22}^*, \dots, z_{2p}^*)$,
   …
   …
   Resample ke-*B* : $C_B^* = (a_{B1}^*, a_{B2}^*, \dots, a_{Bn}^*,\ b_{B1}^*, b_{B2}^*, \dots, b_{Bm}^*, \dots, z_{B1}^*, z_{B2}^*, \dots, z_{Bp}^*)$,
4. Berdasarkan $(C_1^*, C_2^*, \dots, C_B^*)$, masing-masing dihitung nilai H_{Hitung} atau X^2_{Hitung} sehingga didapatkan nilai $H^*_{Hitung} = (H^*_1, H^*_2, \dots, H^*_B)$ atau $X^{2*}_{Hitung} = (X^{2*}_1, X^{2*}_2, \dots, X^{2*}_B)$,
5. Nilai-*p* diperoleh dengan menghitung jumlah H^*_{Hitung} atau X^{2*}_{Hitung} yang lebih besar dari H_{Hitung} atau X^2_{Hitung} dibagi dengan *B*,
6. Jika nilai-*p* lebih kecil dari taraf signifikansi α yang digunakan maka H_0 ditolak dan jika sebaliknya maka H_0 diterima.

Untuk memberikan gambaran hal di atas diberikan contoh simulasi berikut ini. Misalkan diambil contoh pada uji Kruskal-Wallis di atas dengan taraf signifikansi α = 5% dan diambil *resample* sebanyak 10 kali dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Penggabungan sampel kelompok IPA, IPS, dan Bahasa adalah *C = (16, 15, 12, 12, 14, 15, 15, 16, 17, 14, 12, 13, 14, 15, 17, 12, 12, 16)*,
2. Berdasarkan sampel gabungan *C*, diambil *resample* sebanyak 10 kali yaitu:
   C_1^* = *(17, 19, 18, 17, 14, 11, 14, 19, 17, 17, 14, 13, 15, 15, 16, 12, 11, 17),*
   C_2^* = *(17, 16, 11, 13, 15, 15, 15, 17, 18, 12, 14, 12, 12, 16, 19, 13, 12, 18),*
   C_3^* = *(16, 16, 12, 12, 15, 17, 16, 16, 18, 15, 11, 12, 15, 16, 17, 11, 13, 17),*
   C_4^* = *(15, 15, 11, 10, 11, 16, 16, 18, 16, 13, 12, 13, 15, 15, 16, 13, 14, 17),*
   C_5^* = *(16, 14, 13, 11, 13, 18, 15, 17, 17, 12, 13, 14, 12, 13, 17, 12, 13, 15),*
   C_6^* = *(15, 13, 11, 15, 11, 15, 11, 15, 11, 13, 15, 11, 13, 18, 15, 14, 10, 11),*
   C_7^* = *(15, 15, 12, 16, 13, 12, 14, 16, 18, 15, 19, 14, 13, 15, 14, 11, 13, 16),*
   C_8^* = *(15, 15, 13, 15, 12, 14, 15, 15, 14, 15, 13, 14, 14, 16, 18, 11, 13, 15),*
   C_9^* = *(16, 14, 13, 17, 14, 15, 16, 14, 15, 15, 10, 12, 16, 16, 17, 10, 14, 14),*
   C_{10}^* = *(15, 14, 13, 16, 11, 15, 14, 14, 17, 12, 14, 15, 12, 13, 18, 11, 14, 13),*
3. Menghitung nilai H_{Hitung} dari masing-masing $(C_1^*, C_2^*, C_3^*, C_4^*, C_5^*, C_6^*, C_7^*, C_8^*, C_9^*, C_{10}^*)$ sehingga didapat H^*_{Hitung} = *(0.914, 0.983, 0.899, 0.900, 0.901, 0.912, 0.923, 0.943, 0.932, 0.911)*,
4. Karena jumlah H^*_{Hitung} yang lebih besar dari H_{Hitung} = 0.903 ada 7, maka
   $$\text{nilai-}p = \frac{\#\,(\boldsymbol{H^*_{Hitung}} > \mathbf{0.903})}{\mathbf{10}} = 0.7 > 5\%.$$

Dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima atau dengan kata lain tidak terdapat perbedaan rata-rata kualitas modal sosial antara siswa IPA, IPS, dan Bahasa.

Dengan cara yang sama seperti di atas, dapat dihitung nilai-*p* berdasarkan metode *bootstrap* pada contoh uji Friedman.

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data inflasi bulanan di kota Purwokerto, Surakarta, Semarang, dan Tegal tahun 2003-2012. Berdasarkan data tersebut dengan bantuan program R akan dilakukan:

1. Pengujian berdasarkan uji Kruskal-Wallis dengan hipotesis:
   H_0 : tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi antara keempat kota tersebut,
   H_1 : terdapat perbedaan rata-rata inflasi antara keempat kota tersebut,
2. Pengujian berdasarkan uji Friedman dengan hipotesis:
   H_0 : tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi suatu kota antara tahun yang berbeda,
   H_1 : terdapat perbedaan rata-rata inflasi suatu kota antara tahun yang berbeda,
3. Pengujian menggunakan metode *bootstrap* pada uji Kruskal-Wallis dan uji Friedman.
4. Studi simulasi untuk memberi gambaran mendapatkan nilai-*p* pada penerapan metode *bootstrap* berdasarkan uji Kruskal-Wallis dan uji Friedman.

HASIL DAN DISKUSI

Hasil pengujian menggunakan uji Kruskal-Wallis antara 4 kota yaitu Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal didapatkan H_{Hitung} = 4.5435. Jika digunakan taraf signifikansi α = 5%, hasil ini dibandingkan dengan X^2_{Tabel} = 7.815 sehingga $H_{\text{Hitung}} < X^2_{\text{Tabel}}$, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan untuk rata-rata inflasi

Tabel 1. Hasil perbandingan X^2_{Hitung} dengan X^2_{Tabel} pada uji Friedman

	Periode	Nilai X^2_{Hitung} / X^2_{Tabel}			
		Purwokerto	**Surakarta**	**Semarang**	**Tegal**
(i)	Setiap 2 tahun	8.3333 / 9.488	4.375 / 9.488	14.1916 / 9.488	15.2416 / 9.488
(ii)	Setiap tahun	12.3363 / 16.919	8.8363 / 16.919	16.3636 / 16.919	13.1318 / 16.919
(iii)	*YoY* Setiap 3 tahun	29.5416 / 5.991	17.555 / 5.991	18.5000 / 5.991	26.7222 / 5.991
(iv)	*YoY* Setiap tahun	82.0000 / 15.507	58.7777 / 15.507	46.4222 / 15.507	60.7388 / 15.507

bulanan antara keempat kota tersebut. Dihitung juga hasil rata-rata inflasi bulanan untuk 1 tahun ke belakang (*YoY*) tiap tahunnya yang dimulai pada tahun 2004-2012, didapatkan nilai H_{Hitung} = 26.6043 yang berarti bahwa untuk *YoY* pada tahun 2004-2012 terdapat perbedaan rata-rata inflasi antara keempat kota tersebut karena $H_{\text{Hitung}} > X^2_{\text{Tabel}}$.

Pada uji Friedman dilakukan pengujian pada keempat kota untuk tahun 2003-2012 seperti yang dinyatakan pada Tabel 1 dengan taraf signifikansi α = 5%. Hasilnya terlihat bahwa untuk periode setiap 2 tahun pada kota Purwokerto dan Surakarta tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi karena $X^2_{\text{Hitung}} < X^2_{\text{Tabel}}$ sedangkan pada kota Semarang dan Tegal terdapat perbedaan rata-rata inflasi dengan $X^2_{\text{Hitung}} > X^2_{\text{Tabel}}$. Sedangkan untuk periode setiap tahun pada keempat kota tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi karena $X^2_{\text{Hitung}} < X^2_{\text{Tabel}}$. Sedangkan untuk *YoY* pada periode setiap 3 tahun dan setiap tahun didapatkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan untuk rata-rata inflasi pada keempat kota dengan $X^2_{\text{Hitung}} > X^2_{\text{Tabel}}$.

Studi Kasus 1: Penerapan Metode Bootstrap pada uji Kruskal-Wallis.

Pada studi kasus pertama ini, akan dihitung nilai-*p* pada rata-rata inflasi bulanan antara kota Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal tahun 2003-2004 dengan *resample* sebanyak 10.000 kali dan taraf signifikansi α = 5%. Nilai-*p* yang didapat adalah 0.2234 yang berarti pada tahun 2003-2012 antara keempat kota tersebut tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi. Sedangkan untuk *YoY* tahun 2004-2012 didapat nilai-p = 0 yang berarti rata-rata inflasi *YoY* tahun 2004-2012 antara kota Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal terdapat perbedaan yang signifikan.

Studi Kasus 2: Penerapan Metode Bootstrap pada uji Friedman.

Pada studi kasus yang ke dua ini, akan dihitung nilai-*p* pada rata-rata inflasi keempat kota tahun 2003-2012 dengan *resample* sebanyak 10.000 kali dan taraf signifikansi α = 5% yang dinyatakan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil penerapan metode *bootstrap* pada uji Friedman dengan *resample* sebanyak 10.000 kali.

	Periode	Nilai-*p* (Inflasi)			
		Purwokerto	**Surakarta**	**Semarang**	**Tegal**
(i)	Setiap 2 tahun	0.1057	0.3579	0.0053	0.0032
(ii)	Setiap tahun	0.1852	0.4638	0.0517	0.1557
(iii)	*YoY* Setiap 3 tahun	0	0	0	0
(iv)	*YoY* Setiap tahun	0	0	0	0

Pada Tabel 2, disimpulkan bahwa pada **(i)** untuk periode setiap 2 tahun pada kota Purwokerto dan Surakarta tidak terdapat perbedaan signifikan untuk rata-rata inflasi sedangkan pada kota

Semarang dan Tegal terdapat perbedaan signifikan rata-rata inflasi. Pada **(ii)** untuk periode setiap tahun pada keempat kota tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi. Sedangkan *YoY* untuk periode setiap 3 tahun **(iii)** dan setiap tahunnya **(iv)** terdapat perbedaan yang signifikan untuk rata-rata inflasi pada keempat kota.

Untuk memperjelas kedua studi kasus di atas, akan dilakukan studi simulasi penerapan metode *bootstrap* jika digunakan sampel acak berdistribusi normal dengan yang berdistribusi tidak normal (digunakan distribusi eksponensial) pada data independen dan sampel acak berdistribusi normal multivariat pada data saling berhubungan dengan menghitung nilai-*p* dengan hasil yang dinyatakan pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Cara untuk membaca Tabel 3 adalah sebagai berikut. Misalkan diambil pada baris pertama dengan ukuran sampel = 50 dan nilai μ berturut-turut dari Sampel 1 sampai dengan Sampel 4 adalah 0.5, 0.01, 0.03, 0.05. Dengan menggunakan fungsi *rnorm* pada program R didapat sampel acak berdistribusi normal yang kemudian dihitung nilai-*p* dan diulang sebanyak 50 kali sehingga didapat rata-rata nilai-*p* = 0.0465.

Hasil yang dapat disimpulkan pada Tabel 3 untuk data independen bahwa semakin besar perbedaan μ_1, μ_2, μ_3 dan μ_4, hipotesis H_0 cenderung ditolak dengan nilai-*p* makin kecil dan sebaliknya, semakin kecil perbedaan antara nilai μ_1, μ_2, μ_3 dan μ_4, hipotesis H_0 cenderung diterima atau nilai-*p* makin besar.

Tabel 3. Simulasi perbandingan nilai-*p* pada penerapan metode *bootstrap* antara sampel berdistribusi normal dengan yang berdistribusi eksponensial pada data independen.

Ukuran Sampel	**Distribusi Normal (μ,σ^2)**				
n	*Sampel 1* **N(μ_1,0.8)**	*Sampel 2* **N(μ_2,0.8)**	*Sampel 3* **N(μ_3,0.8)**	*Sampel 4* **N(μ_4,0.8)**	**Rata-rata Nilai-*p***
50	$\mu_1 = 0.5$	$\mu_2 = 0.01$	$\mu_3 = 0.03$	$\mu_4 = 0.05$	0.0465
		0.05	0.10	0.20	0.0601
		0.20	0.30	0.40	0.2229
		0.45	0.50	0.55	0.4688
		0.60	0.80	1.00	0.0471
		1.00	1.20	1.40	0.0001
		1.50	1.70	2.00	0
	Distribusi Exponensial ($1/\mu$)				
	Exp($1/\mu_1$)	**Exp($1/\mu_2$)**	**Exp($1/\mu_3$)**	**Exp($1/\mu_4$)**	
50	0.5	0.01	0.03	0.05	0
		0.05	0.10	0.20	0
		0.20	0.30	0.40	0.0068
		0.45	0.50	0.55	0.2794
		0.60	0.80	1.00	0.0336
		1.00	1.20	1.40	0.0017
		1.50	1.70	2.00	0

Tabel 4. Simulasi perbandingan nilai-*p* pada penerapan metode bootstrap sampel berdistribusi normal multivariat pada data yang saling berhubungan (*related*).

n	*Sampel 1* **N(μ_1, σ^2)**	*Sampel 2* **N(μ_2, σ^2)**	*Sampel 3* **N(μ_3, σ^2)**	*Sampel 4* **N(μ_4, σ^2)**	*Sampel 5* **N(μ_5, σ^2)**	**Rata-rata Nilai-*p***
24	$\mu_1 = 1$	$\mu_2 = 1.2$	$\mu_3 = 1$	$\mu_4 = 1.1$	$\mu_5 = 1.2$	0.3868
	1	1.2	1	2.1	1.2	0

Tabel 4 menyatakan hasil simulasi penerapan metode *bootstrap* berdasarkan data rata-rata inflasi pada keempat kota yang diacak ulang sehingga berdistribusi normal multivariat dengan *mean* μ_1 sampai dengan μ_5 ditentukan sendiri dan variansi σ^2 tetap yang didapat dari variansi salah satu kota dari keempat kota pada studi kasus ke dua. Dengan menggunakan fungsi *rmvnorm* pada program R didapatkan data baru secara acak yang merupakan data simulasi berdistribusi normal multivariat. Hasil dari data simulasi tersebut akan di-*resample* sebanyak *1000* kali yang kemudian dihitung nilai-*p* dan diulang sebanyak 50 kali sehingga didapatkan rata-rata nilai-*p* dengan hasil yang dapat dilihat pada Tabel 4.

Hasil yang dapat disimpulkan pada Tabel 4 untuk data yang saling berhubungan bahwa jika perbedaan antara μ_1, μ_2, μ_3, μ_4, dan μ_5 kecil maka hipotesis H_0 diterima dengan nilai-*p* besar, sebaliknya jika ada satu saja nilai μ yang berbeda maka hipotesis H_0 ditolak dengan nilai-$p = 0$ atau mendekati 0.

KESIMPULAN

Dalam makalah ini telah dijelaskan mengenai penerapan metode *bootstrap* pada uji Kruskal-Wallis dan uji Friedman dengan kesimpulan sebagai berikut:

1. Penerapan metode *bootstrap* pada uji Kruskal-Wallis didapatkan hasil bahwa antara kota Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal tidak terdapat perbedaan signifikan untuk rata-rata inflasi bulanan tahun 2003-2012, sedangkan untuk *YoY* pada tahun 2004-2012 didapat hasil sebaliknya bahwa antara kota Purwokerto – Surakarta – Semarang – Tegal terdapat perbedaan rata-rata inflasi. Hal ini diperjelas dengan studi simulasi (Tabel 3) pada Sampel 1 ~ $N(\mu_1, \sigma^2)$, Sampel 2 ~ $N(\mu_2, \sigma^2)$, Sampel 3 ~ $N(\mu_3, \sigma^2)$, dan Sampel 4 ~ $N(\mu_4, \sigma^2)$ bahwa semakin besar perbedaan μ_1, μ_2, μ_3 dan μ_4 maka antara Sampel 1 sampai dengan Sampel 4 cenderung terdapat perbedaan dan sebaliknya. Hasil yang sama untuk Sampel berdistribusi eksponensial.
2. Penerapan metode *bootstrap* pada uji Friedman didapatkan hasil bahwa untuk periode setiap 2 tahun pada kota Semarang dan Tegal terdapat perbedaan yang signifikan untuk rata-rata inflasi tetapi untuk kota Purwokerto dan Surakarta tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi, sedangkan untuk setiap tahunnya tidak terdapat perbedaan rata-rata inflasi pada keempat kota, untuk *YoY* pada periode setiap 3 tahun dan setiap tahunnya terdapat perbedaan rata-rata inflasi pada keempat kota. Hal ini diperjelas dengan studi simulasi (Tabel 4) bahwa semakin kecil perbedaan nilai μ_1, μ_2, μ_3, μ_4, dan μ_5 pada Sampel 1 sampai dengan Sampel 5, maka antara Sampel 1 sampai dengan Sampel 5 cenderung tidak terdapat perbedaan dan sebaliknya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Agustius, Yudi., Adi Setiawan, dan Bambang Susanto. *Penerapan Metode Bootstrap Pada Uji Komparatif Non Parametrik 2 Sampel*. Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA UNY, 18 Mei 2013.

[2] BPS Provinsi Jawa Tengah. *Berita Resmi Statistik No. 01/01/33/ Th. VII*, 02 Januari 2013.

[3] Cotofrei, Paul. *Nonparametric Bootstrap Test for the Generalized Behrens-Fisher Problem*. http://doc.rero.ch/record/4905/files/1_mem_CotofreiIP.pdf.

[4] Martono, Nanang. 2010. *Statistik Sosial: Teori dan Aplikasi Program SPSS. Edisi Pertama*. Yogyakarta: Penerbit Gava Media.

Web 1: http://bozzkaf.blogspot.com/2013/03/cara-menghitung-ihk-dan-inflasi-beserta.html.

Nama Penanya : Daivi Sintarwardani

Instansi : UKSW

Pertanyaan :

1. Apa itu " Taraf Signifikasi $\propto$"

Jawaban :

1. Batas untuk menetukan peluang. Misal diambil 5 % dan 95 % dianggap benar .

   Contoh : Pada pajak diambil 5% atau 10% kalau 15 % atau lebih dianggap terlalu tinggi

Nama Penanya : -

Pertanyaan :

1. Analisa dual kotak – Toeplitz seperti apa ?

Jawaban :

1. Fungsi ruang barisan berganda

Nama Penanya : Trevi Meri Andriyani

Instansi : UKSW

Pertanyaan :

1. P/E Ratio?

Jawaban :

1. P/E Ratio belum begitu sahid untuk meramalkan perusahan yang keluar adalah LQ45