SOLUSI PERSAMAAN DIRAC PADA KASUS *SPIN* SIMETRI UNTUK POTENSIAL *SCARF* TRIGONOMETRIK PLUS *COULOMB LIKE TENSOR* DENGAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI

Alpiana Hidayatulloh[1], Suparmi, Cari
Jurusan Ilmu Fisika Program Pascasarjana
Universitas Sebelas Maret, Surakarta

[1]Email: alpianahidayatulloh@yahoo.co.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan energi dan fungsi gelombang dari persamaan Dirac untuk potensial *Scarf* trigonometrik plus potensial *tensor* tipe Coulomb untuk kasus *spin* simetri dan *pseudo spin* simetri dengan menggunakan metode polinomial Romanovski. Penyelesaian persamaan Dirac dengan polinomial Romanovski dilakukan dengan cara mereduksi persamaan diferensial orde dua menjadi persamaan diferensial tipe hipergeometri melalui substitusi variabel dan fungsi gelombang yang sesuai. Dengan membandingkan persamaan diferensial orde dua tipe hipergeometri dengan persamaan diferensial standar untuk polinomial Romanovski diperoleh persamaan energi relativistik dan fungsi bobot. Kemudian untuk fungsi gelombang relativistik diperoleh dari fungsi bobot dan dinyatakan dalam bentuk polinomial romanovski. Karena hasil energinya tidak bisa diselesaikan secara analitik, maka energi relativistik diperoleh dengan metode numerik menggunakan Matlab 2011. Selain energi relativistik, fungsi gelombang juga diselesaikan dengan menggunakan Matlab dan untuk kasus *spin symetri* diperoleh energi yang selalu positif.

Kata-kata kunci: Persamaan Dirac, Potensial *Scarf* trigonometrik, *Spin* simetri, Coulomb *like tensor*, metode polinomial Romanovski

PENDAHULUAN

Pada fisika partikel, persamaan Dirac merupakan persamaan gelombang relativistik yang diformulasikan oleh ahli ilmu fisika Inggris Paul Dirac pada tahun 1928. Persamaan Dirac selalu mendiskripsikan partikel dinamik *spin* $\frac{1}{2}$ pada mekanika kuantum [1]. Persamaan pencarian solusi yang tepat dari persamaan Dirac dengan berbagai potensi fisik memainkan peran penting dalam fisika nuklir dan bidang terkait lainnya. Dengan menggunakan metode yang berbeda, pencarian solusi yang tepat persamaan Dirac dengan potensial *spin* dan *pseudo* berputar. Pada penelitian sebelumnya persamaan Dirac diselesaikan secara analitis untuk beberapa potensial seperti jenis potensial seperti Woods–Saxon, Hulthen, Eckart, Hylleraas, dan Manning–Rosen. Berbagai metode telah diadopsi untuk mencari solusi dari persamaan Dirac, termasuk metode faktorisasi, metode aljabar, mekanika kuantum metode *supersymmetric*, metode iterasi asimtotik, dan metode Nikiforov–Uvarov [2, 3].

BAHAN DAN METODE

Bahan

Persamaan Dirac untuk Spin Simetri

Persamaan Dirac digunakan untuk mendeskripsikan partikel yang ber-*spin* $\frac{1}{2}$ atau kelipatannya dalam mekanika kuantum. Pada persamaan Dirac, untuk kasus *spin* simetri berlaku bahwa selisih antara potensial vektor $V(r)$ dan potensial skalar $S(r)$ adalah konstan dan jumlahnya sama dengan potensial yang mempengaruhi sistem, sedangkan untuk kasus *pseudospin* simetri berlaku jumlah antara potensial vektor $V(r)$ dan potensial skala $S(r)$ adalah konstan dan selisihnya sama dengan potensial yang mempengaruhi sistem [4, 5].

Persamaan Dirac untuk potensial vektor *V*(*r*) dan skalar *S*(*r*) dituliskan sebagai berikut:

$$[c\vec{\alpha}.\vec{p} + \beta(Mc^2 + S(\vec{r})) - i\beta\vec{\alpha}.\hat{r}U(r)]\Psi(\vec{r}) = [E - V(\vec{r})]\Psi(\vec{r}) \quad (1)$$

dimana

$$\vec{p} = -i\hbar\nabla, \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (2)$$

dengan σ adalah matrik tiga dimensi Pauli, *I* adalah matriks identitas 2×2. Jika nilai $\hbar = c = 1$, maka *spin* Dirac dituliskan sebagai berikut:

$$\psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \varphi(\vec{r}) \\ \chi(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_{nk}(r)}{r} Y_{jm}^{l}(\theta,\emptyset) \\ i\frac{G_{nk}(r)}{r} Y_{jm}^{\tilde{l}}(\theta,\emptyset) \end{pmatrix} \quad (3)$$

dimana $\varphi(\vec{r})$ adalah *spin* Dirac arah atas, $\chi(\vec{r})$ adalah *spin* Dirac arah bawah, $Y_{jm}^{l}(\theta,\emptyset)$ adalah *spin* bola harmonik, dan $Y_{jm}^{\tilde{l}}(\theta,\emptyset)$ adalah *pseudospin* simetri bola harmonik.

Dengan memasukkan persamaan (2) dan (3) didapatkan

$$\left\{\frac{d}{dr} + \frac{K}{r} - U(r)\right\}F_{nk}(r) = (M + E_{nk} - \Delta(r))(M - E_{nk} + \sum(r))F_{nk}(r) \quad (4)$$

$$\left\{\frac{d}{dr} - \frac{K}{r} - U(r)\right\}G_{nk}(r) = (M - E_{nk} + \Delta(r))(M - E_{nk} + \sum(r))G_{nk} \quad (5)$$

dimana $F_{nk}(r)$adalah komponen arah atas dan $G_{nk}(r)$ adalah komponen arah bawah, sehingga kita mendapakan persamaan *spin* simetri dan *pseudopin* simetri masing-masing dituliskan sebagai berikut.

Untuk spin simetri

$$\left\{\frac{d^2}{dr^2} - \frac{K(K+1)}{r^2} + \frac{2k}{r}U(r) - \frac{dU(r)}{dr} - U^2(r)\right\}F_{nk}(r) = (M + E_{nk} + \Delta(r))(M - E_{nk} + \sum(r))F_{nk}(r) \quad (6)$$

dan

$$\left\{\frac{d^2}{dr^2} - \frac{K(K-1)}{r^2} + \frac{2k}{r}U(r) - \frac{dU(r)}{dr} + U^2(r)\right\}G_{nk}(r) = (M + E_{nk} + \Delta(r))(M - E_{nk} + \sum(r))G_{nk}(r) \quad (7)^{(1)}$$

dimana $K(K+1) = l(l+1)$ adalah komponen *spin* arah atas dan $K(K-1) = l(l-1)$ adalah komponen *spin* arah bawah. Untuk *spin* simetri memiliki $\Delta(r) = c$ dan $\sum(r)$ merupakan potensial yang mempengaruhi sistem. Sedangkan *pseudospin* simetri memiliki $\sum(r) = c$ dan $\Delta(r)$ merupakan potensial yang mempengaruhi sistem [4, 5, 6].

Metode

Metode penyelesaian persamaan differensial orde dua yang belum banyak diaplikasikan untuk penyelesaian persamaan Schrodinger adalah menggunakan polinomial Romanovski.

Persamaan Schrodinger satu dimensi untuk potensial *shape invariance* dapat diubah menjadi persamaan diferensial orde dua fungsi hipergeometri dengan substitusi variabel yang sesuai. Bentuk dari persamaan Schrodinger satu dimensi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (8)$$

Persamaan tipe hipergeometri yang diperoleh dari persamaan Schrodinger (8) dengan substitusi variabel yang sesuai, dimana tipe umum persamaan hipergeometri adalah

$$\frac{\partial^2\psi(s)}{\partial s^2} + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\frac{\partial\psi(s)}{\partial s} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi(s) = 0 \quad (9)$$

Persamaan diferensial tipe hipergeometri yang dapat diselesaikan dengan menggunakan polinomial Romanovski yang mula-mula diusulkan oleh S. J. Routh dan kemudian dikembangkan oleh Romanovski yaitu

$$\sigma\frac{\partial^2 y_n}{\partial s^2}+\tau\frac{\partial y_n}{\partial s}+\lambda y_n \tag{10}$$

dengan $\sigma(s)=ax^2+bx+c$; $\tau=dx+e$, $-\{n(n-1)+2n(1-p)\}=\lambda=\lambda_n$, dan $y_n=R_n{}^{(p,q)}(s)=D_n{}^{(\beta,\alpha)}(s)$.
Persamaan (10) adalah persamaan yang *self-adjoint* dan fungsi bobotnya dinyatakan sebagai *w*(*x*) memenuhi persamaan diferensial Pearson yang disajikan sebagai berikut:

$$\frac{d(\sigma(x)w(x))}{dx}=\tau(x)w(x) \tag{11}$$

Fungsi bobot yang diperoleh dari penyelesaian diferensial pada persamaan (11) adalah

$$w(x)=exp\int\frac{(d-2a)x+(e-b)}{ax^2+bx+c} \tag{12}$$

Persamaan (12) diatas disusun dari persamaan Rodrigues yang dinyatakan sebagai

$$D_n^{(p,q)}(z)=\frac{1}{w(z)}\frac{d^n}{dz^n}((az^2+bz+c)^n w(z)) \tag{13}$$

Nilai-nilai parameter pada persamaan (13) adalah $a=1$, $b=0$, $c=1$, $d=2(1-p)$ dan $e=q$ dengan *p* > 0. Dengan memasukkan nilai parameternya ke persamaan (13) maka didapatkan fungsi bobot, yaitu

$$w(x)=(1+z^2)^2 e^{q\tan^{-1}}(z) \tag{14}$$

Dengan memasukkan nilai τ, λ, dan nilai parameternya ke persamaan (12), maka didapatkan bentuk persamaan diferensial polinomial Romanovski

$$(1+x^2)\frac{\partial^2 R_n{}^{p,q}(x)}{\partial x^2}+\{2x(-p+1)+q\}\frac{\partial R_n{}^{p,q}(x}{\partial x}-\{n(n-1)+2n(1-p)\}R_n{}^{p,q}(x)=0 \tag{15}$$

Dan untuk penyelesaian persamaan fungsi gelombang pada polinomial Romanovski adalah

$$F_n=(1+z^2)^{-\frac{\beta}{2}}e^{\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)}D_n^{(p,q)}(z) \tag{16}$$

Dengan memasukkan persamaan fungsi gelombang pada persamaan (14) ke persamaan (13) dan memasukkan nilai parameternya maka didapatkan fungsi bobotnya, yaitu [7, 8]

$$D_n^{(p,q)}(z)=D_n^{(p,q)}(z)=\frac{1}{(1+z^2)^{-p}e^{q\tan^{-1}}}\frac{d^n}{dz^n}[(1+z^2)^n(1+z^2)^{-p}e^{q\tan^{-1}}] \tag{17}$$

HASIL DAN DISKUSI

Persamaan Dirac untuk Potensial Rosen Morse Plus Coulomb Like Tensor Menggunakan *Spin* Simetri

Dengan menggunakan persamaan (6) dan memasukkan potensial $\sum$ yang mempengaruhinya, dimana [8]

$$\sum=\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{b^2+a(a-1)}{\sin^2\alpha r}-\frac{2b(a-\frac{1}{2})cosx}{\sin^2\alpha r}\right] \tag{18}$$

Dengan *U* yang merupakan Coulomb *like tensor* dimana [9, 10]

$$U=-\frac{H}{r} \tag{19}$$

$$\frac{d^2F_{nk}}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\{(K+H-1)(K+H)\}F_{nk}(r)-(M+E_{nk}-C_s)\left(\frac{b^2+a(a-1)}{\sin^2\alpha r}\right)F_{nk}(r)+(M+E_{nk}-C_s)\left(\frac{2b\left(a-\frac{1}{2}\right)cosx}{\sin^2\alpha r}\right)F_{nk}(r)-(M+E_{nk}-C_s)(M-E_{nk})F_{nk}(r)=0 \tag{20}$$

dimana $\frac{1}{r^2}=\frac{\alpha^2}{\sin^2\alpha r}$ [9, 10].

Dengan memasukkan nilai $\frac{1}{r^2}$, maka persamaan (20) menjadi

$$\frac{d^2F_{nk}}{dr^2} - \frac{1}{\sin^2 \alpha r}\Big[\alpha^2(K+H-1)(K+H)F_{nk}(r) + \alpha^2(M+E_{nk}-C_s)\big(b^2+a(a-1)\big) - \alpha^2(M+E_{nk}-C_s)\Big(2b\big(a-\tfrac{1}{2}\big)\cos\alpha r\Big)\Big] - (M+E_{nk}-C_s)(M-E_{nk})F_{nk}(r) = 0 \quad (21)$$

Dengan melakukan permisalan, maka persamaan (21) dengan

$$A = (K+H+1)(K+H) + (M+E_{nk}-C_s)\left(b^2+a(a-1)\right)$$

$$B = (M+E_{nk}-C_s)\left(2b\left(a-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$E = (M+E_{nk}-C_s)(M-E_{nk})$$

maka persamaan (21) menjadi

$$\frac{d^2F_{nk}}{dr^2} - \frac{\alpha^2 A}{\sin^2 \alpha r}F_{nk}(r) + \frac{\alpha^2 B\cos\alpha r}{\sin^2\alpha r}F_{nk}(r) = \alpha^2 EF_{nk}(r) \quad (22)$$

Solusi Energi Persamaan Dirac dengan Menggunakan *Spin* Simetri untuk Potential Rosen Morse dengan Metode Polinomial Romanovski

Dengan menggunakan substitusi variabel pada $\cot\alpha r$ maka didapatkan [7]:

$$\cot\alpha r = iz$$

$$-\alpha \sin \alpha r\, dr = i\, dz$$

$$-i\alpha \sin \alpha r = \frac{dz}{dr}$$

$$\cos^2\alpha r + \sin^2\alpha r = 1$$

$$\sin^2\alpha r = 1 - \cos^2\alpha r$$

$$\sin \alpha r = \sqrt{1-\cos^2\alpha r}$$

$$= \sqrt{1+z^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(-i\alpha\sqrt{1+z^2}\right)$$

$$= \left(-i\alpha\sqrt{1+z^2}\right)\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \left(-i\alpha\sqrt{1+z^2}\right)\frac{\partial}{\partial z}\left(\left(-i\alpha\sqrt{1+z^2}\right)\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$= -\alpha^2(1+z^2)^2\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \alpha^2 z\frac{\partial}{\partial z}$$

Dengan memasukkan permisalan di atas, maka persamaan (22) menjadi

$$(1+z^2)\frac{\partial^2F_{nk}(r)}{\partial z^2} + z\frac{\partial F_{nk}(r)}{\partial z} + \frac{AF_{nk}(r)}{(1+z^2)} - \frac{iBz}{(1+z^2)} + EF_{nk}(r) = 0 \quad (23)$$

Kemudian penyelesaian secara umum fungsi gelombang pada metode polinomial Romanovski pada persamaan (16) didiferensialkan orde pertama dan kedua, maka persamaan (23) menjadi

$$(1+z^2)D'' + (z(2\beta+1)-\alpha)D' - \left[\frac{\beta z\alpha - \frac{\alpha z}{2} - \frac{\alpha^2}{4} - A + iBz + \beta^2 - \beta}{(1+z^2)} - \beta^2 - E\right]D = 0 \quad (24)$$

Persamaan (24) didapatkan

$$\beta z\alpha - \frac{\alpha z}{2} - \frac{\alpha^2}{4} - A + iBz + \beta^2 - \beta = 0 \quad (25)$$

Sehingga kita mendapatkan persamaan polinomial Romanovski

$$(1+z^2)D'' + (z(2\beta+1)-\alpha)D' - [-\beta^2 - E]D = 0 \quad (27)$$

Dari persamaan (25) didapatkan nilai α dan β yaitu

$$\beta-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)+B}-\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)-B}\right) \qquad (28)$$

$$\beta=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)+B}-\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)-B}\right)+\frac{1}{2} \qquad (29)$$

$$\alpha=i\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)+B}+\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)-B}\right) \qquad (30)$$

Dengan membandingkan persamaan (27) dengan polinomial Romanovski orde dua pada persamaan (15) maka didapatkan nilai energi

$$\beta-\frac{1}{2}=\pm\sqrt{E}-n-\frac{1}{2} \qquad (31)$$

Dengan memasukkan persamaan (28) ke persamaan (31) maka didapatkan nilai energi sebagai berikut:

$$E=\left(\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)+B}-\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)-B}+n+\frac{1}{2}\right)^2 \qquad (32)$$

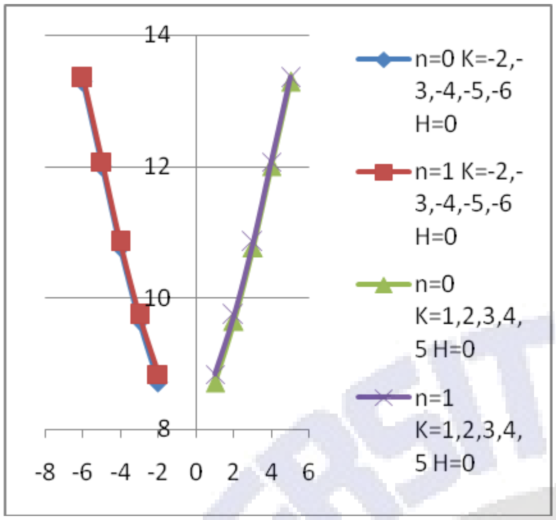
Dengan memasukkan nilai *E* pada permisalan di atas, maka persamaan (32) menjadi

$$(M+E_{nk}-C_s)(M-E_{nk})=\left(\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)+B}-\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4}+A\right)-B}+n+\frac{1}{2}\right)^2 \qquad (33)$$

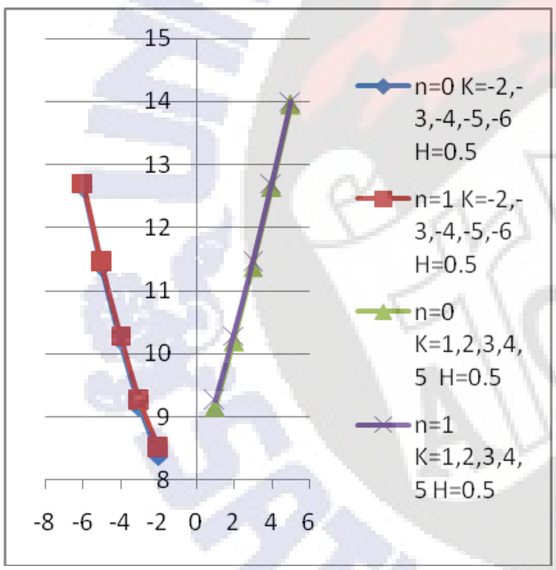
Dari persamaan (23) didapatkan nilai energi yang dihitung dengan menggunakan Matlab dan hasilnya dapat dilihat pada Tabel 1. Dari hasil energi pada Tabel 1, kita bisa menggambarkan grafik energinya seperti pada Gambar 1 dan Gambar 2.

Tabel 1. Spektrum energi potensial *Scarf* trigonometrik dengan Coulomb *like tensor* untuk $b=0.6fm^{-1}$, $nu=1fm^{-1}$, $M=3fm^{-1}$, $Cs=5fm^{-1}$ dan $q=1fm^{-1}$

N	*l*	*K*< 0	*J* = l+ 1/2	Enk > 0 *H* = 0	Enk > 0 *H* = 0.5
0	0	-2	$0s_{1/2}$	8.714037	8.373844
0	1	-3	$0p_{3/2}$	9.643443	9.14537
0	2	-4	$0d_{5/2}$	10.770462	10.189592
0	3	-5	$0f_{7/2}$	12.001853	11.376721
0	4	-6	$0g_{9/2}$	13.291683	12.641268
1	0	-1	$s_{1/2}$	8.8389371	8.507564
1	1	-2	$p_{3/2}$	9.745868	9.258909
1	2	-3	$d_{5/2}$	10.854067	10.281975
1	3	-4	$f_{7/2}$	12.07137	11.452752
1	4	-6	$g_{9/2}$	13.350728	12.705172
0	1	1	$0s_{1/2}$	8.714037	9.14537
0	2	2	$0p_{3/2}$	9.643443	10.189592
0	3	3	$0d_{5/2}$	10.770462	11.37672
0	4	4	$0f_{7/2}$	12.001853	12.641268
0	0	5	$0g_{9/2}$	13.291683	13.950711
1	1	1	$s_{1/2}$	8.8389371	9.258909
1			$p_{3/2}$	9.745868	10.281975
1	2	2	$d_{5/2}$	10.854067	11.452752
1	3	3	$f_{7/2}$	12.07137	12.705172
1	4	4	$g_{9/2}$	13.350728	14.005527



Gambar 1. Grafik energi potensial *scarf* trigonometrik dengan n = 0 dan n = 1 ketika H = 0



Gambar 2. Grafik energi potensial *scarf* trigonometrik dengan n = 0 dan n = 1 ketika H = 0.5

Adapun fungsi gelombang dari potensial *scarf* trigonometrik dengan metode polinomial Romanovski, dengan menggunakan persamaan (13),(14), dan (16) didapatkan sebagai berikut.

Untuk n = 0,

$$F_{0k} = (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} D_0$$

$$= (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} 1$$

$$= (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} \quad (33)$$

Untuk n = 1,

$$F_{1k} = (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} D_1$$

$$= (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} \left(2z\left(\frac{2\beta-1}{2}+1\right) - \alpha + (1+z^2)\right) \quad (34)$$

Untuk n = 2,

$$F_{2k} = (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} D_2$$

$$= (1+z^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}\tan^{-1}(z)} \left(4z^2\left(\frac{2\beta-1}{2}+2\right)\left(\frac{2\beta-1}{2}+1\right) + 2\left(\frac{2\beta-1}{2}+2\right)(1+z^2) - 4z\alpha\left(\frac{2\beta-1}{2}+2\right)(1+z^2) - \alpha^2(1+z^2)\right) \quad (35)$$

KESIMPULAN

Penyelesaian persamaan Dirac dengan polinomial Romanovski dilakukan dengan cara mereduksi persamaan diferensial orde dua menjadi persamaan diferensial tipe hipergeometri melalui substitusi variabel dan fungsi gelombang yang sesuai. Dengan membandingkan persamaan diferensial orde dua tipe hipergeometri dengan persamaan diferensial standar untuk polinomial Romanovski diperoleh persamaan energi relativistik dan fungsi bobot. Fungsi gelombang relativistik diperoleh dari fungsi bobot dan dinyatakan dalam bentuk polinomial romanovski. Karena hasil energinya tidak bisa diselesaikan secara analitik, maka energi relativistik diperoleh dengan metode numerik menggunakan Matlab. Dan untuk kasus *spin* simetri diperoleh energi yang selalu positif.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini didukung oleh Hibah Peneliti Utama (PUT UNS) 2014 dan Dikti nomer kontrak 351/UN 27.11/PN 2014.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. Levi, *Applied Quantum Mechanics for Engineers and Physicists*. Cambridge, New York, 2003.

[2] Alvarez, D. E. Castillo, C. B. Compean, dan M, Kirbach. arXiv 1105, 1354v1 (quant-ph), 2011.

[3] Alvarez, D. E. Castillo, dan M. Kirbach, Rev. Mex. Fis. E 53 143, 2007.

[4] Suparmi dan Cari, "Solution of Dirac Equation for q-Deformed Eckart Potential with Yukawa-type Tensor Interaction for Spin and Pseudospin Symmetry Using Romanovski Polynomial", *Atom Indonesia*, vol. 39, no. 3, pp. 112–123, 2013.

[5] A. Suparmi, C. Cari, J. Handhika, C. Yanuarief, H. Marini, "Approximate Solution of Schrodinger Equation for Modified Posch–Teller plus Trigonometric Rosen–Morse Non-Central Potentials in Term of Finite Romanovski Polynomial", *IOSR Journal of Applied Physics*, vol. 2, no. 2, pp. 43–51, 2012.

[6] Cari, Suparmi, Deta, Werdiningsih, "Solution of Dirac Equation for Cotangent Potential with Coulomb-type Tensor Interaction for Spin and Pseudospin Symetri Using Romanovski Polynomial", *Makara Journal of Science*, vol. 17, no. 3, pp. 93–102, 2013.

[7] Cari, *Mekanika Kuantum-penyelesaian potensial non-central dengan supersimetri, hypergeometri, Nikivarof–Uvarof dan Polynomial Romanovski*. UPT Penerbitan, Surakarta Jawa Tengah, 2013.

[8] Suparmi, *Mekanika Kuantum II*. Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret, Surakarta, 2011.

[9] F. Taskin dan G. Kocak, "Spin Symmetric Solution of Dirac equation with Poschl-Teller Potential", *Chin. Physic. B*, vol. 20, no. 7, pp.070302-070305, 2011.

[10] K. J. Uyewumi dan C. O. Akoshile, Bound state Solution of the Dirac Rosen Morse Potensial with spin and pseudospin symmetry, arXiv:1008.2358v1quant-ph].